

Quadratischen Tetraederelemente bei dünnwandigen Bauteilen

Problem:

Immer häufiger wird die Frage nach der Qualität von quadratischen Tetraederelementen gestellt, gerade, wenn damit dünnwandige Strukturen vernetzt werden, die überwiegend auf Biegung beansprucht werden. Mit diesem Thema befasst sich folgender Artikel.

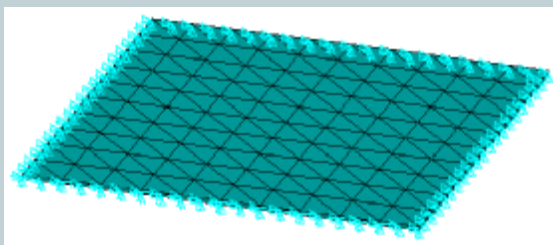
Erläuterung:

Wir konzentrieren uns zunächst einmal nur darauf, dass die Steifigkeit einer Struktur richtig abgebildet wird, dass also die Verformungsergebnisse korrekt sind. Eine Genauigkeitsaussage über die Spannungsverteilung ist damit also noch nicht möglich.

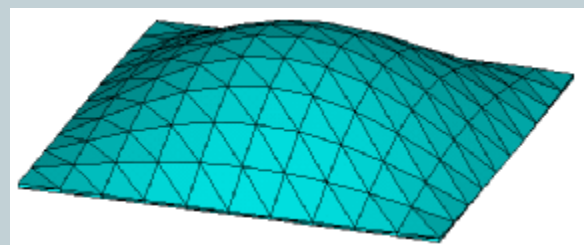
Um abzuschätzen, ob man die Steifigkeit eines Bauteils richtig abbildet, ist eine Modalanalyse an einer quadratischen Platte durchgeführt worden. Die Ergebnisse der Modalanalyse hängen nur von der Steifigkeit und Masse ab. Ein 3D Volumenmodell ist mit einem regelmäßigen Netz aus SOLID187 (quadratischen Tetraedern) vernetzt worden. Es wird stets mit einem Element über die Dicke vernetzt. Die Netzdichte in den Längsrichtungen ist variabel. Bei konstanten Längen wird nun die Plattendicke immer dünner gewählt. Es gilt einen Faktor f zu bestimmen, der multipliziert mit der Dicke der Platte die Elementkantenlänge in Längsrichtung liefert, also:

$$\text{Elementkantenlänge (Längsrichtung)} = f * \text{Elementkantenlänge (Dickenrichtung)}$$

Die Platte ist an den Rändern mit $u_x=0$, $u_y=0$ und $u_z=0$ gelagert. Für diesen Fall steht eine analytische Lösung zur Verfügung. Wenn der Fehler der numerischen Lösung in den ersten vier Eigenfrequenzen kleiner als 2% ist, wird die entsprechende Vernetzung für gut befunden.



System mit Randbedingungen



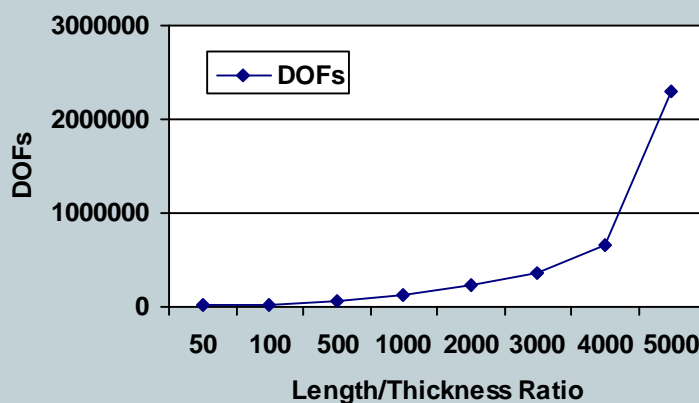
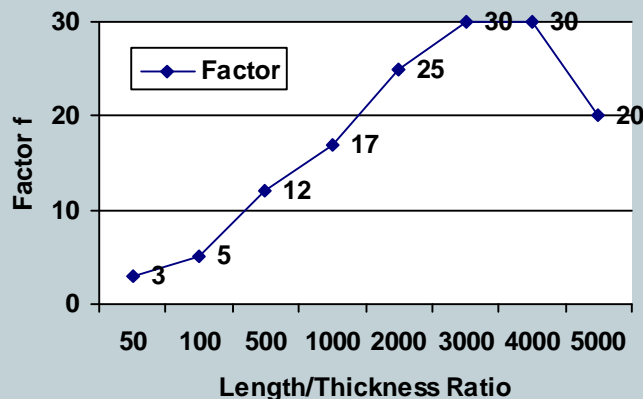
Erste Eigenschwingform

Quadratischen Tetraederelemente bei dünnwandigen Bauteilen

Ausgabe: 9 / 2003

Ergebnis:

Das Ergebnis der Studie ist in den folgenden Diagrammen dargestellt. Es fällt auf, dass bei immer dünner werdenden Platten das Verhältnis zwischen der Elementkantenlänge in Längsrichtung zu der in Dickenrichtung immer größer wird, bis ein oberes Limit erreicht ist. Zur sauberen Abbildung der Steifigkeit sind also in der Tat langgestreckte Tetraeder zu gebrauchen. Die Anzahl der Freiheitsgrade, die für eine gewisse Genauigkeit erforderlich ist, steigt erst bei äußerst dünnen Platten extrem an:



Length/Thickness Ratio	50	100	500	1000	2000	3000	4000	5000
Factor f	3	5	12	17	25	30	30	20
DOFs	11000	15000	65000	127000	230000	360000	650000	2300000

Beispiel: Platten-Seitenlänge = 50 mm, Platten-Dicke = 0.05 mm, ein Element über die Dicke. Damit folgt ein Length/Thickness Ratio von 100. Wir lesen den Faktor von 5 aus der Tabelle ab. Es ergibt sich damit eine Kantenlänge von $5 \cdot 0.05 \text{ mm} = 0.25 \text{ mm}$ in Längsrichtung. (In Dickenrichtung liegt eine Kantenlänge von 0.05 mm vor.)

Quadratischen Tetraederelemente bei dünnwandigen Bauteilen

Schlussbemerkung:

Es soll noch einmal erwähnt werden, dass wir keine Aussage in diesem Beitrag über die Qualität der Spannungsverteilung machen können. Die Qualität der Spannungen müsste getrennt untersucht werden. An Spannungsspitzen kann durchaus die Elementqualität noch zu verbessern sein.

Ferner sei angemerkt, dass die Ergebnisse streng genommen natürlich nur für die untersuchte Geometrie gelten. Die Ergebnisse können jedoch als Richtwerte für ähnliche Geometrien herangezogen werden.

Weiter sei noch bemerkt, dass vornehmlich die Biegesteifigkeit des Systems untersucht worden ist. Verformt sich eine dünne Struktur affin zu einer Eigenschwingform, so ist die hier vorgenommene Steifigkeitsanalyse exakt. In der Praxis werden aber auch andere Deformationszustände eintreten – möglicherweise solche, in denen Schub oder Torsion dominieren. Für solche Deformationen kann die hier angegebene Betrachtung ebenfalls nur als Abschätzung dienen.

Selbstverständlich muss das Netz aber immer so fein sein, dass man damit die Geometrie der verformten Struktur sauber abbilden kann.

Aber immerhin: Eine grobe Schätzung über die Elementqualität quadratischer Tetraeder wurde hier in diesem Beitrag angegeben. Damit kann die Qualität der Steifigkeit eines Systems in dem die Biegebelastung dominiert, sehr gut abgeschätzt werden.

Wir empfehlen allerdings an dieser Stelle für Probleme, bei denen das Verhältnis der Seitenlänge zur Plattendicke größer als 2000 wird, besser Schalenelemente zu verwenden.